

**Общеобразовательная автономная некоммерческая организация
«Школа «ЛЕТОВО»**

**Рабочая программа внеурочной деятельности
ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ГЕОМЕТРИИ**

10 – 11 классы

Автор-составитель:

Волчкевич М.

учитель математики

Москва

2019

Рассмотрена на заседании кафедры математики,
протокол № 1 от «26» августа 2019 г.

Направление: общеинтеллектуальное

Формы организации: предметный факультатив

Виды деятельности: групповая, индивидуальная.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Усвоение программы позволит ученику:

- 1) научиться критически мыслить;
- 2) научиться длительно, сосредоточенно, творчески работать;
- 3) научиться находить и исправлять собственные и чужие ошибки;
- 4) научиться быть настойчивым при поиске новых методов решений в нестандартных ситуациях;
- 5) получать удовольствие от самостоятельного решения задач различного уровня сложности;
- 6) развить навыки командной работы, совместного принятия решений;
- 7) развить математическую любознательность, умение ценить эстетическую красоту и интеллектуальную силу математики;

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Усвоение программы позволит ученику:

- 1) научиться логически рассуждать, классифицировать, обобщать, доказывать, опровергать;
- 2) создавать новые методы при решении нестандартных задач;
- 3) исследовать данные или свойства объекта, выявлять и описывать найденные;
- 4) научиться ясно записывать решения задач, проверять и интерпретировать полученные результаты.

Содержание.

- **Задачи, связанные с квадратами.** Конфигурации нескольких квадратов. Квадраты, вписанные в треугольник, параллелограмм, правильный шестиугольник. Задачи на сложение бумажного квадрата, оригами. Несколько квадратов, вписанных в окружность. Задачи на пересечение квадратов. Использование на данном материале теоремы Пифагора, теории вписанных углов, касательных, теоремы о пересечении высот треугольника. Задачи с «развилкой»: симметричные и несимметричные положения квадрата на симметричном чертеже.

- **Олимпиадные задачи, связанные с биссектрисами.** Вписанные и невписанные окружности треугольника. Пересечение трех биссектрис в одной точке, связь биссектрис с конфигурацией высот треугольника. Дополнительные построения в четырехугольниках, описанные четырехугольники. Свойство точек прямой, проходящей через основания биссектрис треугольника. Задачи различных олимпиад, связанные с касательными, биссектрисами. Задачи на построение. Теорема Морли.

- **Геометрические неравенства.** Неравенство ломаной, медианы треугольника, неравенство резинки. Задача о периметрах двух треугольников, один из которых целиком находится в другом. Неравенство четырехугольника и связь его с теоремой Птолемея. Неравенства, связанные с биссектрисами, высотами, радиусами вписанных и описанных окружностей треугольника. Неравенство Эрдеша.

- **Осевая симметрия.** Связь осевой симметрии с линией сгиба листа бумаги. Задачи на

вырезание из листа бумаги квадрата, треугольника с помощью одного взмаха ножниц. Головоломки на сложение симметричных фигур из заранее данных фигурок. Задача Герона и связь ее законом отражения луча света от плоского зеркала. Свойство катафота. Треугольник минимального периметра, с заданной вершиной и вписанный в данный угол. Задача Фаньяно для остроугольного треугольника. Физическая интерпретация с резинкой и подвижными кольцами. Случай тупого угла. Аналоги для прямоугольника и четырехугольника, вписанного в окружность. Формулы для треугольника и многоугольника минимального периметра, вписанного в данный вписанный многоугольник. Задача с паутинкой — ломаной равных звеньев, вершины которой по очереди лежат на двух пересекающихся прямых. Теорема о замыкании, связь с симметрией и окружностью.

- **Конические сечения.** Определение эллипса, параболы и гиперболы как геометрического места точек. Оси симметрии конических сечений. Свойства касательных и их связь с симметрией и задачей Герона. Оптические свойства коник, использование их в оптике, астрономии, медицине. Опыт с двумя параболоидами. Эллиптический бильярд. Был ли гиперболоид инженера Гарина на самом деле гиперболоидом? Решение задач на конфигурации эллипсов, Сангаку. Использование эллипсов и гипербол в решении сложных задач классической геометрии. Эллипсы, вписанные в выпуклый четырехугольник, свойство их фокусов. Теорема Ньютона. Можно ли построить фокус эллипса циркулем и линейкой?

- **Движения плоскости:** общее определение и свойства движений. Задание движения образами трех точек, не лежащих на одной прямой. Теорема о «трех гвоздях». Виды движений: осевая симметрия, центральная симметрия, поворот, перенос. Особая роль осевой симметрии: задание любого движения не более, чем тремя осевыми симметриями. Композиции движений. Параллельный перенос и поворот как композиция двух симметрий. Теорема о композиции двух поворотов. Скользящая симметрия, теорема Шаля. Решение задач на композиции движений.

- **Геометрические максимумы и минимумы.** Принцип Эйлера. Задачи с тремя палочками: нахождение максимальной площади треугольника с вершинами на трех концентрических окружностях, максимума площади четырехугольника с тремя данными сторонами. Задача с ширмой внутри угла, отсечение треугольника минимальной площади или минимального периметра от угла прямой, проходящей через данную точку. Точка на прямой, из которой данный отрезок виден под максимальным углом. Теорема Помпею и ее связь с точкой Торричелли. Физическая интерпретация с тремя грузами и веревками. Случай угла, большего 120. Задача с кратчайшей сетью дорог, соединяющей вершины квадрата. Аналогичная задача для правильного пятиугольника и шестиугольника. Опыты с мыльными пленками.

- **Геометрические неравенства.** Изопериметрическая задача и ее приложения, вариационный метод. Олимпиадные задачи на геометрические неравенства. Геометрическая интерпретация алгебраических неравенств. Геометрические неравенства и векторы. Задачи на поиск минимума суммы двух квадратных корней из квадратных трехчленов, связь с теоремой косинусов. Решение некоторых систем второй степени с тремя переменными. Решение иррациональных уравнений, связанных с неравенством ломаной. Задачи на минимальные и максимальные значения, связанные с уравнением прямой и окружности. Использование векторов и скалярного произведения в алгебре.

- **Элементы аффинной геометрии.** Аффинные задачи и параллельная проекция. Обобщение частных случаев, утверждения, сохраняющиеся при аффинных преобразованиях. Теорема о трех высотах и ее применения.

- **Элементы проективной геометрии.** Центральная проекция и проективная геометрия. Построение изображения в перспективе, двойное отношение, теорема о проекции параллелограмма, теорема о проекции окружности. Теорема Паскаля, теорема о четырехвершиннике, теорема о бабочке, построение одной линейкой, связь гармонических четверок точек с окружностью Аполлония.

- **Элементы сферической геометрии.** Неравенств треугольника, кратчайшие пути, теорема Пифагора на сфере, признаки равенства треугольников, теорема синусов и косинусов.

Медианы, биссектрисы и высоты сферического треугольника

• **Задачи по геометрии регионального этапа ВСОШ.** Решение и разбор геометрических задач регионального этапа ВСОШ за последние 10 лет: поиск решений, принцип переформулировки, поиск дополнительной окружности, использование вписанных углов и т. д.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ (68 часов)

№	Тема	Кол-во часов
1	Задачи с квадратами	4
2	Конфигурация биссектрис	4
3	Геометрические неравенства	4
4	Осевая симметрия	6
5	Конические сечения	6
6	Движения плоскости	6
7	Геометрические экстремумы	6
8	Геометрические неравенства	6
9	Элементы аффинной геометрии	4
10	Элементы проективной геометрии	6
11	Элементы сферической геометрии	6
12	Задачи по геометрии регионального этапа ВСОШ	8