

Вступительные испытания для поступающих в 9-й класс

Школа «Летово»
2021–2022 учебный год

Углубленная математика (профильный экзамен) Основной этап Демонстрационный вариант

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику вступительного испытания составить представление о структуре будущей проверочной работы, количестве и форме заданий, а также об уровне их сложности.

Задания демонстрационного варианта не отражают всех элементов содержания, которые будут включены в проверочную работу по углубленной математике.

Экзаменационная работа включает в себя **10 заданий** (на основном этапе количество может измениться). На выполнение работы отводится **120 минут**. К каждой задаче требуется написать развёрнутое решение.

Во время экзамена не разрешено пользоваться вычислительной техникой (калькуляторами, мобильными телефонами, Apple Watch и т.д.), а также учебной и справочной литературой.

За полное и верное решение каждой задачи ставится одинаковое количество баллов.

За неполные решения также возможно получить некоторое количество баллов, поэтому старайтесь записать все мысли, которые вам кажутся разумными. Итоговый балл за работу определяется как сумма всех набранных баллов.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. К пропущенным заданиям можно вернуться позже.

Желаем успеха!

1. Существует ли такое число n , для которого число $\sqrt{n\sqrt{2n\sqrt{3n}}}$ является целым?
2. Найдите такие многочлены первой степени $ax + b$ и $cx + d$, для которых было бы верно равенство $(ax + b)(x^2 + 2x - 3) + (cx + d)(x^2 - x + 1) = 26$
3. Угол при вершине A ромба $ABCD$ равен 20° . Точки M и N – основания перпендикуляров, опущенных из вершины B на стороны AD и CD . Найдите углы треугольника BMN .
4. От двух кусков, весящих соответственно 12 кг и 8 кг, с процентным содержанием олова $p\%$ и $q\%$ соответственно ($p \neq q$), отрезали по куску равного веса. Каждый из отрезанных кусков сплавлен с остатком другого куска, после чего процентное содержание олова в обоих сплавах стало одинаковым. Сколько весил каждый из отрезанных кусков?
5. В 10 классе ученики получают полугодовые оценки и оценку за год по каждому из предметов. Марья Ивановна выставляет оценку за каждое из полугодий как среднее арифметическое всех оценок, полученных учеником по ее предмету в этом полугодии, округляя ее до ближайшего целого. Оценка за год выставляется как среднее арифметическое двух полугодовых оценок также с округлением до ближайшего целого. (При округлении числа до ближайшего целого если первая цифра числа после запятой 5 или больше, то число округляется в большую сторону, если же первая цифра 4 или меньше – в меньшую сторону. Так, число 3,5 округляется до 4.) В конце года Марья Ивановна поставила за год Пете оценку 5.
 - а) Покажите, что при этом среднее арифметическое всех оценок, которые получил Петя за год у Марьи Ивановны, могло быть не выше 4.
 - б) Приведите пример, когда среднее арифметическое всех оценок, которые получил Петя за год у Марьи Ивановны, было в точности равно 3,6.
 - в) Докажите, что среднее арифметическое всех оценок, которые получил Петя за год у Марьи Ивановны, не могло быть меньше 3,5.
6. Докажите, что все прямые вида $y = 101ax + 2x + 2020a + 33$ при различных значениях a будут проходить через одну и ту же точку на координатной плоскости, и найдите координаты этой точки.
7. На сторонах AB и AD квадрата $ABCD$ во внешнюю и внутреннюю сторону построены равносторонние треугольники ABM и ADK соответственно. Докажите, что точки M , K и C лежат на одной прямой.

8. К концу рабочего дня у кассира остались только рублевые, двухрублевые и пятирублевые монеты, но в большом количестве. Сколькими способами он может выдать очередному покупателю 90 рублей сдачи с помощью этих монет? (Порядок выдачи монет не важен.)

9. Найдите все натуральные n , не превосходящие 10000, для которых верно равенство

$$\text{НОД}(n, 2020) + \text{НОК}(n, 2020) = n + 2020.$$

(НОД(a, b) – наибольший общий делитель чисел a и b , НОК(a, b) – наименьшее общее кратное чисел a и b).

10. В треугольнике ABC точка D является серединой стороны AC , точка E лежит на стороне BC , а угол AEB равен углу DEC . Найдите отношение $AE:ED$.