

Школа «Летово»
2021–2022 учебный год

Углубленная математика (профильный экзамен)
Основной этап
Демонстрационный вариант

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику вступительного испытания составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, количестве и форме заданий, а также об уровне их сложности.

Ниже представлен список **из 6 задач по углубленной математике** (на основном экзамене количество задач может быть изменено). Задачи можно решать в любом порядке. Постарайтесь решить как можно больше задач. На решение задач дается **120 минут**.

Пользоваться в процессе решения можно ручкой, карандашом, линейкой и пустыми листами. **Разрешается использование калькулятора**. Калькулятор должен быть отдельным устройством. Использование телефона, планшета, ноутбука и любого устройства с возможностью выхода в Интернет в качестве калькулятора **недопустимо**.

Желаем успеха!



Задания

1. Вася придумал алгоритм, как выбрать самую лёгкую гирьку из четырёх гирек разной массы на чашечных весах. Сначала он взвешивает гири попарно, затем определяет в более лёгкой паре, какая гирька самая лёгкая из двух. Верно ли, что Васин алгоритм работает для любых весов гирек?
2. По окружности расставлено 20 целых чисел, сумма которых равна 1. Сколькими способами можно выбрать из них 10 стоящих подряд чисел с положительной суммой?
3. Вычислите: $1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 + 5 \cdot 8 - 6 \cdot 7 + 9 \cdot 12 - 10 \cdot 11 \dots + 2021 \cdot 2024 - 2022 \cdot 2023$
4. Квадрат 8×8 разрезан по границам клеток на два многоугольника одинаковой площади. На какое наибольшее число могут отличаться периметры частей? (Многоугольник не может содержать «дырок»).
5. Выписаны все делители некоторого натурального числа, кроме единицы и его самого. Какие-то два числа из этого списка отличаются в 12 раз. А во сколько раз отличаются два самых больших числа из этого списка?
6. На биссектрисе угла ABC отмечена точка D , а на отрезке BD выбрана точка E , причем $\angle CED = 90^\circ$ (см. рис.). Известно, что $DE = 1$, $AB = 2$, $BE = 3$ и $BC = 4$. Докажите, что треугольник ACD — равнобедренный.

