

Вступительные испытания для поступающих в 9-й класс

Школа «Летово»
2023–2024 учебный год

Углубленная математика (профильный экзамен)
Основной этап
Демонстрационный вариант

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику вступительного испытания составить представление о структуре будущей проверочной работы, количестве и форме заданий, а также об уровне их сложности.

Задания демонстрационного варианта не отражают всех элементов содержания, которые будут включены в проверочную работу по углубленной математике.

Экзаменационная работа включает в себя **8 заданий** (на основном этапе количество может измениться). На выполнение работы отводится **120 минут**. К каждой задаче требуется написать развёрнутое решение.

Во время экзамена не разрешено пользоваться вычислительной техникой (калькуляторами, мобильными телефонами, Apple Watch и т.д.), а также учебной и справочной литературой.

За полное и верное решение каждой задачи ставится одинаковое количество баллов.

За неполные решения также возможно получить некоторое количество баллов, поэтому старайтесь записать все мысли, которые вам кажутся разумными. Итоговый балл за работу определяется как сумма всех набранных баллов.

Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. К пропущенным заданиям можно вернуться позже.

Желаем успеха!



1. Про различные числа a и b известно, что $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$. Найдите значение выражения $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.
2. Два автомобиля – красный и зеленый – одновременно выехали со старта круговой трассы и поехали в противоположных направлениях. В какой-то момент они встретились. Красная машина проехала полный круг и, продолжая езду в том же направлении, доехала до места их прежней встречи ровно в тот момент, когда зеленая машина проехала полный круг. Во сколько раз красная машина быстрее зеленой?
3. При каких значениях параметра a система уравнений
$$\begin{cases} |a|x - 3y = a \\ 2x - 6y = 2 \end{cases}$$
не имеет решений?
4. Представьте данное выражение в виде алгебраической суммы квадратных корней из нескольких рациональных чисел:
$$\sqrt{12 + 2\sqrt{21} - 2\sqrt{14} - \sqrt{24}}$$
5. Найдите все натуральные числа, десятичная запись которых оканчивается двумя нулями и которые имеют ровно 12 натуральных делителей.
6. $ABCD$ – ромб со стороной 6 и углом 30° . Окружность касается сторон AB, BC, CD ромба. Найдите ее радиус.
7. Существуют ли четыре отрезка с длинами a, b, c и d такие, что можно составить две трапеции: одну с основаниями a и b и диагоналями c и d , а другую – с основаниями c и d и диагоналями a и b ?
8. Высоты XM и YN остроугольного треугольника XYZ пересекаются в точке K . Точки P и Q – середины отрезков XY и ZK соответственно. Найдите угол между прямыми MN и PQ .